

INTERDISCIPLINARIDADE POR MEIO DA MODELAGEM MATEMÁTICA: UMA ATIVIDADE ENVOLVENDO MATEMÁTICA E FÍSICA¹

Ednilson Sergio Ramalho de Souza²

Conceição Fonseca Lima³

Marcio José Cordeiro⁴

Resumo

O objetivo deste trabalho é mostrar uma atividade de modelagem matemática realizada pelos autores deste artigo, em que se privilegiou o trabalho interdisciplinar entre professores de Matemática e Física. Através de uma situação física real (reforma de telhados) foram estudados conceitos de matemática e física de maneira significativa, onde os assuntos foram abordados conforme a necessidade para se resolver o problema inicial. Veremos que o ambiente de ensino-aprendizagem gerado pelo processo de modelagem matemática de uma situação física favoreceu a interdisciplinaridade entre Matemática e Física. Durante a atividade foram abordados os seguintes conteúdos: a) de Matemática: Área das figuras planas, Trigonometria, Unidades de medidas, Regra de três simples, Números decimais; b) de Física: Conceitos de massa e peso, Cálculo da força peso, Transformações de unidades de medidas.

Palavras-chave: Modelagem Matemática, Interdisciplinaridade, Matemática, Física.

¹ Atividade realizada durante a disciplina Modelagem Matemática sob a orientação do professor Dr. Adilson Oliveira do Espírito Santo.

² Professor de Física e aluno do curso de Especialização em Educação Matemática pelo Núcleo de Desenvolvimento e Pesquisa da Educação Matemática e Científica/NPADC-UFPA.

³ Professora de Matemática da rede pública estadual/Abaetetuba-Pa e aluna do curso de Especialização em Educação Matemática pelo Núcleo de Desenvolvimento e Pesquisa da Educação Matemática e Científica/NPADC-UFPA.

⁴ Professor de Matemática da rede pública estadual/Icoaraci-Pa e aluno do curso de Especialização em Educação Matemática pelo Núcleo de Desenvolvimento e Pesquisa da Educação Matemática e Científica/NPADC-UFPA.

Introdução

A modelagem matemática tem sido apontada como uma estratégia que proporciona atividade interdisciplinar e até mesmo transdisciplinar (Souza e Espírito Santo, 2008; Levy, 2003). A respeito da interdisciplinaridade, as Orientações Curriculares para o Ensino Médio salientam que,

“Trata-se da construção de um novo saber a respeito da realidade, recorrendo-se aos saberes disciplinares e explorando ao máximo os limites e as potencialidades de cada área do conhecimento. O quanto será ultrapassado do limite de cada disciplina dependerá do projeto inicialmente elaborado. O objeto de estudo é o mesmo, mas levará a um novo saber, que não é necessariamente da Física, da Química ou da Biologia, mas um saber mais amplo sobre aquela situação, aquele fenômeno” (p. 51).

Desse modo, o objetivo desse trabalho é mostrar uma atividade interdisciplinar entre Matemática e Física através da modelagem matemática de uma situação física real.

Após alguns comentários sobre o conceito de modelo, modelo matemático, modelagem matemática e sobre o processo de modelagem matemática, passaremos a descrever os principais aspectos dos procedimentos realizados durante a atividade realizada. Analisaremos e matematizaremos uma situação física real (reforma de telhados), seremos levados a “trabalhar” com números decimais, transformações de unidades de medidas, trigonometria, área de figuras, regra de três simples; com conceitos de massa, peso, força, gravidade. Veremos que é possível imbricar o ensino de Matemática e Física por meio da modelagem matemática numa perspectiva interdisciplinar.

Sobre modelos, modelos matemáticos e modelagem matemática

Pode-se dizer que *modelagem matemática é um processo que visa à obtenção e validação de um modelo matemático* (Bassanezi, 2004, p. 24). Dessa forma, é preciso se prender um pouco mais sobre o que vem ser um modelo e o que vem ser um modelo matemático.

Ao observar um artesão preparar uma peça de argila, podemos perceber que ele utiliza uma porção de material que inicialmente está disforme (sem

forma), mas que, conforme ele vai *modelando*, a argila vai ganhando formas cada vez mais ricas em detalhes. Quando a peça final fica “perfeita” ela serve de *modelo* a ser reproduzida posteriormente.

Podemos dizer que a peça final que serve de *modelo* representa não só um objeto a ser reproduzido, mas toda a criatividade e imaginação do artesão. Dessa forma, podemos refletir que *um modelo é uma representação de algo imaginário ou real* (Biembengut e Hein, 2003, p. 11). Estendendo um pouco mais o raciocínio, podemos admitir que antes de construir o *modelo real* do vaso, o artesão fez um *modelo mental*⁵ do mesmo.

Se esse *modelo real* de vaso for estudado matematicamente, provavelmente encontrar-se-ão proporções e relações matemáticas. Se esses dados matemáticos forem organizados, por exemplo, ou em uma tabela, ou em um gráfico, ou em uma equação, estaremos construindo *modelos matemáticos* que servirão para representar aspectos do objeto em estudo. Nessa ótica, um modelo matemático é “um conjunto de símbolos e relações matemáticas que procura traduzir, de alguma forma, um fenômeno em questão ou problema de situação-real” (op. cit. p. 12).

Sobre o processo de modelagem matemática

O processo ou a dinâmica da modelagem matemática pode ser realizado em etapas. Rodney Bassanezi (ibid.) propõe cinco “atividades intelectuais”, a saber:

- *Experimentação*: onde ocorre a obtenção de dados;
- *Abstração*: procedimento que deve levar à formulação de modelos matemáticos (seleção de variáveis, problematização, formulação de hipóteses, simplificação);
- *Resolução*: atividade própria do matemático;
- *Validação*: processo de aceitação ou não do modelo proposto;

⁵ Conforme Greca e Moreira (2002), modelos mentais são estruturas cognitivas idiossincráticas, determinadas e concretas, que acontecem na memória de trabalho do sujeito que quer compreender, explicar ou prever uma situação ou processo específico, atuando como análogos estruturais dessa situação ou processo (32)..

- *Modificação*: reformulação dos modelos para garantir coerência e utilidade.

Os passos acima são suficientes para efetivar o processo de modelagem matemática. Porém, só se aprende a fazer modelagem matemática, modelando.

É importante observar que, em se tratando de sala de aula, a *valorização do processo de modelagem* é mais importante do que a obtenção do modelo matemático propriamente dito. Uma vez que é durante o processo que os conceitos vão sendo pesquisados e incorporados na bagagem cognitiva do sujeito, objetivando a resolução de um problema formulado.

Reformando um telhado

A experiência que passaremos a discutir abaixo tem como objetivo mostrar como se podem trabalhar, de modo interdisciplinar, conteúdos de Matemática e Física por meio da modelagem matemática de uma situação física.

Situação física real

O telhado é a parte superior da construção que tem como função principal protegê-la das intempéries (sol, chuva, vento, etc) e também proporcionar isolamento térmico à edificação. É composto por estrutura própria para o carregamento de forças incidentes, é coberto por telhas dispostas de maneira a canalizar as águas pluviais ao solo. As telhas são apoiadas sobre uma estrutura inclinada, e também tem função estética, quando bem desenhado embeleza a construção.

A tesoura (estrutura de madeira que serve para sustentar o peso do telhado, ver figura 1 abaixo) é um elemento fundamental na construção de telhados. O telhado é tão importante quanto o alicerce de uma casa, por isso deve-se construir tesouras que suportem o peso de um telhado, principalmente nos dias de chuva quando as telhas ficam mais pesadas.

Pretende-se trocar a cobertura do telhado abaixo por telhas do tipo *colonial*. Verificar se a viga principal da tesoura (carga de ruptura 20.000 N) suportará o peso do novo telhado.



Figura 1 – Tesoura de um telhado mostrando três forças (f_1 , f_2 e f_3) que convergem para o ponto P.

Análise inicial

Para saber se a viga principal suportará o peso do novo telhado é preciso verificar o peso total do novo telhado e comparar com a carga de ruptura da viga. Se o peso do telhado for maior que a carga de ruptura da viga de madeira é preciso reforçá-la, caso contrário o serviço de reforma poderá ser feito sem problema de desabamento do telhado.

Abstraindo/matematizando a situação

a) Qual o peso do novo telhado?

Desde já é importante deixar claro a diferença entre *peso* e *massa*. Enquanto o primeiro é uma força que tem direção para o centro da terra e normalmente é calculada em Newtons (N), a segunda é a quantidade de matéria de um corpo, normalmente calculada em quilogramas (kg).

Para saber o peso do novo telhado temos que multiplicar a massa do novo telhado pela aceleração da gravidade. A massa do novo telhado é calculada multiplicando-se a quantidade de telhas pela massa de uma única

telha. A quantidade de telhas é calculada dividindo-se a área total a ser coberta pela área de uma única telha colonial.

i) calculando a área total a ser coberta.

Para calcular a área total a ser coberta, vamos admitir um telhado com as seguintes dimensões,

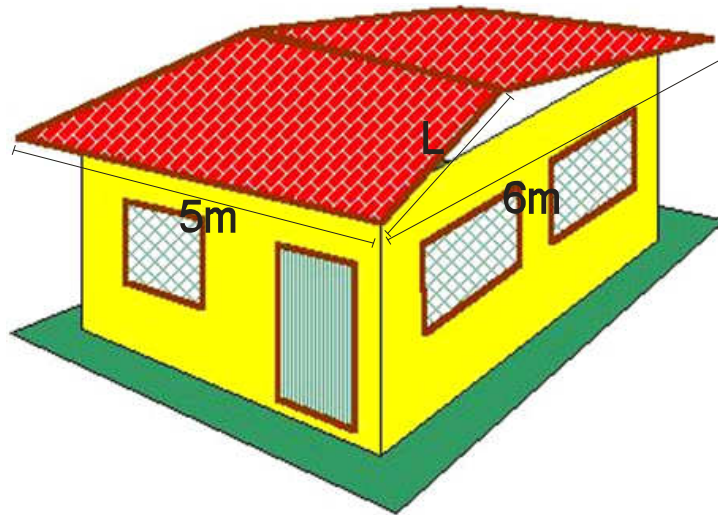


Figura 2 – Dimensões do telhado a ser coberto

A área total consiste de dois retângulos de área $5 \times L$, logo a área a ser coberta é dada por,

$$\text{Modelo matemático} = 2 \times 5m \times L(m)$$

Podemos calcular a medida do lado L através do ângulo b ,

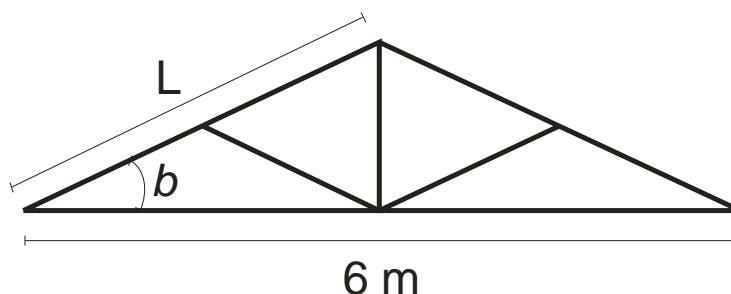


Figura 3 – vista frontal da tesoura do telhado da casa

Após alguma pesquisa, por exemplo, em revistas, livros técnicos, entrevistas com profissionais da área de construção ou na internet, podemos confeccionar uma tabela com as principais exigências para o uso de telhas do

tipo colonial. Consultando a tabela 1 (página 9), encontramos que a inclinação necessária para um telhado ser coberto por telhas do tipo colonial é por volta de $22,5^\circ$. Podemos calcular a medida L através da lei dos cossenos,

$$\cos b = \frac{3m}{L} \rightarrow b = 22,5^\circ$$

$$\cos 22,5^\circ = \frac{3m}{L}$$

$$L = \frac{3m}{\cos 22,5}$$

$$L = \frac{3m}{0,92}$$

$$L = 3,26m$$

Podemos agora calcular a área a ser coberta,

$$\text{modelo matemático} = 2 \times 5m \times L$$

$$\text{Área a ser coberta} = 2 \times 5m \times 3,26m$$

$$\text{Área a ser coberta} = 32,6m^2$$

ii) calculando a área de cada telha colonial.

Podem-se obter as dimensões de uma telha colonial através de pesquisa na internet ou medindo-se diretamente uma telha com uso de uma trena. A figura abaixo nos dá os seguintes valores:

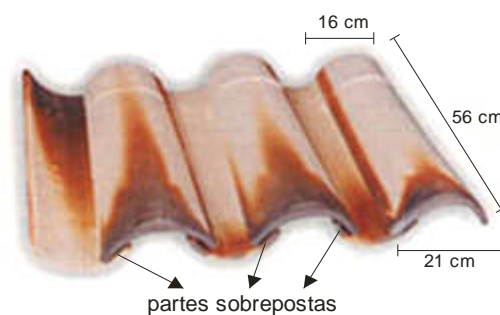


Figura 4 – Dimensões de uma telha colonial (adaptado de www.ceramicaforte.com.br).

Comprimento: 56 cm;

Base maior: 21 cm;

Base menor: 16 cm.

A área da telha é dada pela área do trapézio,

$$\text{modelo matemático} = (\text{base maior} + \text{base menor}) \times \frac{\text{comprimento}}{2}$$

$$\text{Área telha} = (21\text{cm} + 16\text{cm}) \times \frac{56\text{cm}}{2}$$

$$\text{Área telha} = 1.036\text{cm}^2$$

iii) Calculando a quantidade de telhas.

A quantidade de telhas é calculada dividindo-se a área a ser coberta pela área de cada telha,

$$\text{Área a ser coberta} = 32,6\text{m}^2$$

$$\text{Área de cada telha} = 1.036\text{cm}^2$$

Devido as unidades de medida serem diferentes, ou seja, a área a ser coberta está em m^2 e a área de cada telha está em cm^2 , para efetuar a divisão temos que *transformar* as medidas para a mesma unidade. Vamos transformar de m^2 para cm^2 .

$$\text{Quantidade de telhas} = \frac{326.000\text{cm}^2}{1.036\text{cm}^2}$$

$$\text{Quantidade de telhas} = 314,67$$

iv) Calculando a massa total das telhas

Para calcular a massa total das telhas temos que multiplicar a quantidade de telhas pela massa de uma única telha (tabela 1),

$$\text{Massa total telhas} = 314,67 \times 2,90\text{kg}$$

$$\text{Massa total telhas} = 912,54\text{ kg}$$

v) Calculando o peso das telhas.

Para calcular o peso das telhas temos que multiplicar a massa total das telhas pela aceleração da gravidade ($9,80665 \frac{m}{s^2}$)

modelo matemático = massa total telhas x aceleração gravidade

$$\text{Peso telhas} = 912,54 \text{ kg} \times 9,80665 \frac{m}{s^2}$$

$$\text{Peso telhas} = 8.948,96 \text{ kg} \frac{m}{s^2}$$

A unidade $\text{kg} \frac{m}{s^2}$ é chamada de Newton (N), em homenagem ao Físico e Matemático Isaac Newton (1642-1727). Portanto, podemos denotar o peso das telhas da seguinte forma,

$$\text{Peso telhas} = 8.948,96 \text{ Newtons (N)}$$

Comparando-se a carga de ruptura da viga (20.000N) com o peso total do novo telhado (8.948,96 N), percebemos que o peso do telhado é muito inferior à carga de ruptura da viga. Logo, poderíamos dizer que o serviço poderia ser feito com segurança, ou seja, sem perigo de desabamento. Porém, o cálculo do peso do novo telhado pode ser feito de outras *duas maneiras*, isto é, usando as informações das colunas *rendimento* e *peso* da tabela 1 abaixo.

a) *Usando a coluna rendimento*

Sabe-se que na hora da colocação das telhas existem partes que ficam sobrepostas (observar figura 4). Levando-se em consideração essa perda de área efetiva, vamos nos deter na coluna *rendimento* da tabela abaixo para calcular o peso do novo telhado.

Telha colonial			
Peso (kg)	Rendimento (telhas/m²)	Inclinação usada (°)	Peso telhamento seco/úmido (N/m²)
2,90	20	18/22,5	650/780

Tabela 1- Algumas características das telhas do tipo colonial (elaborada pelos autores por meio de pesquisa na Internet).

Observando-se a tabela 1 percebemos que o *rendimento* da telha colonial é de 20 telhas por metro quadrado. Para saber quantas telhas serão usadas podemos fazer uma regra de três simples e multiplicar a área do total do telhado pelo rendimento.

$$\text{Quantidade telhas} = 32,6\text{m}^2 \times 20 \frac{\text{telhas}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Quantidade telhas} = 652 \text{ telhas}$$

i) Calculando a massa total das telhas.

Para calcular a massa total das telhas devemos multiplicar a quantidade de telhas calculada de acordo com o rendimento da tabela 1 pela massa de uma única telha,

$$\text{Massa total telhas} = 652 \times 2,90 \text{ kg}$$

$$\text{Massa total telhas} = 1.890,8 \text{ kg}$$

ii) Calculando o peso total das telhas.

O peso total das telhas é calculado multiplicando-se a massa total das telhas pela aceleração da gravidade ($9,80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$).

$$\text{modelo matemático} = \text{massa total telhado} \times \text{aceleração gravidade}$$

$$\text{Peso total telhas} = 1.890,8\text{kg} \times 9,80665 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{Peso total telhas} = 18.542,41 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \text{ ou } 18.542,41 \text{ N}$$

Nota-se que o peso do telhado calculado pelo rendimento da tabela 1 (18.542,41 N) é bem próximo à carga de ruptura do telhado (20.000 N). Talvez com o peso da água da chuva a viga pudesse não agüentar. Por esse fato e por prevenção, o serviço não poderia ser realizado, se não poderá haver desabamento do telhado.

b) Usando a coluna peso telhamento seco/úmido.

Vamos usar a relação que fornece o peso do telhamento úmido que, de acordo com a tabela 1, é de 780 N/m^2 . Já que temos a área a ser coberta, podemos calcular o peso do telhado através de uma regra de três simples.

$$\text{Peso telhado úmido} = 32,6 \text{ m}^2 \times 780 \frac{\text{N}}{\text{m}^2}$$

$$\text{Peso telhado úmido} = 25.428 \text{ N}$$

Notamos que esse peso é superior à carga de ruptura da viga de madeira do telhado a ser reformado. Portanto, podemos concluir que não basta apenas trocar as telhas, é necessário reforçar a viga para que não haja perigo de desabamento.

Muitas vezes quando se vai reformar um telhado é comum trocar apenas as telhas velhas por novas, sem trocar as estruturas de madeira que suportam o peso do telhado. O perigo maior ocorre quando se trocam as telhas antigas por telhas de outro tipo, por exemplo, telhas de fibrocimento (brasilit) por telhas de cerâmica (coloniais). Vários desabamentos poderiam ser evitados se fosse observada a resistência dos materiais empregados na construção ou reforma desses telhados.

Considerações finais

A atividade que acabamos de exemplificar teve como objetivo mostrar como o professor (de física ou de matemática) poderia trabalhar interdisciplinarmente, em sala de aula, usando a modelagem matemática como ambiente de ensino-aprendizagem.

Percebemos que a dinâmica da modelagem exige **pesquisa**. Esse fato tem aspectos positivos e negativos: positivamente um ambiente de pesquisa poderá incentivar o aluno a procurar informações sobre um tema que ele acha interessante. Muitas vezes durante a pesquisa de um assunto que aparentemente não parece ser interessante, o aluno se depara com um tema (ou sub-tema) que pode ser de interesse para ele. O professor deverá ficar atento sobre o tema que o aluno encontrou interesse e orientá-lo de acordo.

Negativamente, o ambiente de pesquisa da modelagem poderá demandar de um tempo que o aprendiz pode não ter para pesquisar. Nesse caso o professor deverá auxiliar na busca de dados, muitas vezes já levando o problema com os dados fornecidos, ficando o aluno apenas com a tarefa de “trabalhar” com modelos matemáticos para resolver o problema.

Observa-se também que os conteúdos foram simplesmente “surgindo” conforme a necessidade para se resolver o problema. Deste modo, eles não foram “impostos” pelo professor. Conforme a necessidade, o grupo procurou as informações necessárias para resolver os problemas levantados. Desse modo, garante-se maior participação do aprendiz e os conteúdos “aparecem” naturalmente. Entre os assuntos abordados podemos destacar:

De matemática:

- Área das figuras planas;
- Trigonometria;
- Unidades e transformações de medidas;
- Regra de três simples;
- Números decimais.

De Física:

- Conceitos de massa e peso;
- Cálculo de massa;
- Cálculo da força peso;
- Transformações de unidades de medidas.

Verificamos que o ambiente de modelagem matemática torna possível um trabalho **interdisciplinar** entre Matemática e Física. Ao mesmo tempo em que se abordou conteúdos de Matemática foi possível trabalhar conteúdos de Física. A interdisciplinaridade no ensino faz com que os assuntos permaneçam “ligados” apesar da especificidade de cada um.

Bibliografia

BASSANEZI, R. C. **Ensino-aprendizagem com modelagem matemática**. 2ed. São Paulo: Contexto, 2004, 389p.

BIEMBENGUT, M, S.; HEIN, N. **Modelagem matemática no ensino**. 3ed. São Paulo: Contexto, 2003, 127p.

BRASIL. **Orientações curriculares para o ensino médio: ciências da natureza, matemática e suas tecnologias**, v. 2, 2006.

CARDOS, F. F. **Coberturas em telhados**. Notas de aula da Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, 2000.

GRECA, I. M.; MOREIRA, M. A. **Além da detecção de modelos mentais dos estudantes uma proposta representacional integradora**. Investigação em Ensino de Ciências, v. 7, n. 1, p. 31-53, 2002.

LEVY, L. F. **Os professores, uma proposta visando à transdisciplinaridade e os atuais alunos de matemática da educação pública municipal de jovens e adultos de Belém, Pará**. Dissertação de mestrado em Educação em Ciências e Matemática- NPADC/UFPA, Belém, 2003.

LIMEIRA, R. D. **Materiais de construção 1**. Notas de aula. CESET/UNICAMP, 2003.

SAMPAIO, J. L.; CALÇADA, C. S. **Universo da Física**. 2ed, v 1, São Paulo: Atual, 2005, 456p.

Sites visitados: www.ceramicaforte.com.br

www.ibama.gov.br

www.madquimaraes.com.br

SOUZA, E. S. R.; ESPÍRITO SANTO, A. O. A modelagem matemática como metodologia para o ensino-aprendizagem de física. In: **Anais do VI Encontro Paraense de Educação Matemática**. Belém: UEPA, 3 a 5 set., 2008 (CD-ROM).